2025年成都市中考数学考试试卷(含参考答案)

A卷（共100分）

第Ⅰ卷（选择题，共32分）

一、选择题（本大题共8个小题，每小题4分，共32分，每小题均有四个选项，其中只有一项符合题目要求）

1. 如果某天中午的气温是$5℃$，傍晚比中午下降了$7℃$，那么傍晚的气温是（　　）

A. $2℃$　　　　B. $-2℃$　　　　C. $-5℃$　　　　D. $-7℃$

【答案】B

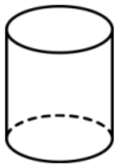
【解析】

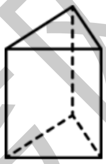
【分析】本题考查有理数减法的实际应用，用中午的气温减去下降的气温进行计算即可．

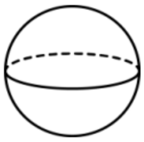
【详解】解：$5-7=-2℃$；

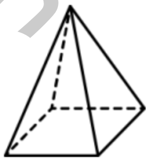
故选B．

2. 下列几何体中，主视图和俯视图相同的是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了简单几何体的三视图．熟练掌握主视图和俯视图，是解决问题的关键．

在正面内得到的由前向后观察物体的视图，叫做主视图；在水平面内得到的由上向下观察物体的视图，叫做俯视图．根据主视图，俯视图定义逐一判断，即得．

【详解】A、圆柱的主视图是矩形，俯视图是圆，主视图和俯视图不相同，故该选项不符合题意；

B、三棱柱的主视图是矩形（中间有一条竖线 ），俯视图是三角形，主视图和俯视图不相同主视图是长方形，俯视图是三角形，主视图和俯视图不相同，故该选项不符合题意；

C、球的主视图和俯视图都是圆，主视图和俯视图相同，故该选项符合题意; ;

D、四棱锥的主视图是三角形，俯视图是带对角线的四边形，主视图和俯视图不相同．

故选：C．

3. 下列计算正确的是（　　）

A. $x+2y=3xy$

B. $\left(x^3\right)^2=x^5$

C. $(x-y)^2=x^2-y^2$

D. $2xy\cdot 3x=6x^2y$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查整式的运算相关知识，熟练掌握运算法则是解题的关键；

可根据合并同类项、幂的乘方、完全平方公式、单项式乘法的运算法则，对选项逐一分析：

【详解】A．x 与 $2y$ 不是同类项，不能合并，所以 $x+2y\neq 3xy$，该选项错误，不符合题意；

B．根据幂的乘方法则 $(x^3)^2=x^{3\times2}=x^6\neq x^5$，该选项错误，不符合题意；

C．根据完全平方公式 $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2\neq x^2-y^2$，该选项错误，不符合题意；

D．根据单项式乘法法则，系数相乘，同底数幂相乘，$2xy\cdot 3x=(2\times3)\times(x\cdot x)\times y=6x^2y$，该选项正确，符合题意；

故选：D.

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P\left(-2,a^2+1\right)$ 所在的象限是（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查判断点所在的象限，根据点的符号特点，判断点所在的象限即可，熟练掌握各象限的点的符号特点，是解题的关键.

【详解】解：$\because P\left(-2,a^2+1\right)$，$-2<0$，$a^2+1>0$，

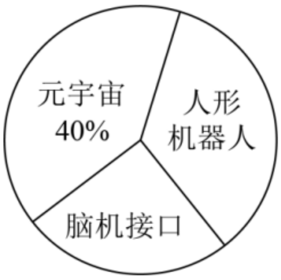
$\therefore$ 点 $P\left(-2,a^2+1\right)$ 在第二象限；

故选 B.

5. 在第 25 个全国科技活动周中，某班每位学生结合自己的兴趣从元宇宙、脑机接口和人形机器人中选择一项进行深入了解，现将选择结果绘制成如下统计图表：

	人数
元宇宙	16
脑机接口	a

人形机器人	14



根据图表信息，表中 a 的值为（　　）

A. 8　　　　B. 10　　　　C. 12　　　　D. 15

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查统计表和扇形统计图，根据元宇宙的人数以及所占的比例求出总人数，进而求出 a 的值即可.

【详解】解：$a=16\div 40\%-16-14=10$；

故选 B.

6. 中国古代数学著作《九章算术》中记载了这样一个题目：今有善田一亩，价三百；恶田七亩，价五百．今并买一顷，价钱一万．问善、恶田各几何？其大意是：今有良田 1 亩价值 300 钱；劣田 7 亩价值 500 钱．今合买良、劣田 1 顷（100 亩），价值 10000 钱．问良田、劣田各有多少亩？设良田为 x 亩，劣田为 y 亩，则可列方程组为（　　）

A. $\begin{cases} x+y=100 \\ 300x+\frac{500}{7}y=10000 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x+y=100 \\ 300y+\frac{500}{7}x=10000 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y=100 \\ 300x+500y=10000 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x+y=100 \\ 300y+500x=10000 \end{cases}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查根据实际问题列方程组，根据合买良、劣田 1 顷（100 亩），价值 10000 钱，列出方程组即可.

【详解】解：设良田为 x 亩，劣田为 y 亩，由题意，得：

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 300x+\frac{500}{7}y=10000 \end{cases};$$

故选 A．

7. 下列命题中，假命题是（　　）

A. 矩形的对角线相等

B. 菱形的对角线互相垂直

C. 正方形的对角线相等且互相垂直

D. 平行四边形的对角线相等

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查判断命题的真假，根据矩形的性质，菱形的性质，正方形的性质和平行四边形的性质，逐一进行判断即可．熟练掌握相关性质，是解题的关键．

【详解】解：A、矩形的对角线相等，是真命题，不符合题意；

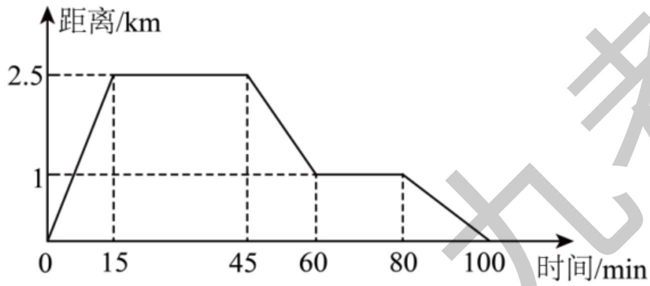
B、菱形的对角线互相垂直，是真命题，不符合题意；

C、正方形的对角线相等且互相垂直，是真命题，不符合题意；

D、平行四边形的对角线互相平分，不一定相等，原命题是假命题，符合题意；

故选：D.

8. 小明从家跑步到体育馆，在那里锻炼了一段时间后又跑步到书店买书，然后步行回家（小明家、书店、体育馆依次在同一直线上），如图表示的是小明离家的距离与时间的关系．下列说法正确的是（　　）



A. 小明家到体育馆的距离为2km

B. 小明在体育馆锻炼的时间为$45\min$

C. 小明家到书店的距离为1km

D. 小明从书店到家步行的时间为$40\min$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查用函数图象表示变量之间的关系，从函数图象中有效的获取信息，逐一进行判断即可．

【详解】解：由图象可知：小明家到体育馆的距离为2.5km；故选项 A 错误；

小明在体育馆锻炼的时间为$45-15=30\min$；故选项 B 错误；

小明家到书店的距离为1km；故选项 C 正确；

小明从书店到家步行的时间为$100-80=20\min$；故选项 D 错误；

故选 C．

第II卷（非选择题，共 68 分）

二、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分）

9. 若 $\frac{a}{b}=3$，则 $\frac{a+b}{b}$ 的值为________.

【答案】4

【解析】

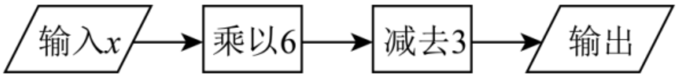
【分析】本题主要查了比例的性质．根据比例的性质解答即可．

【详解】解：$\because \frac{a}{b}=3$，

$\therefore \frac{a+b}{b}=\frac{a}{b}+1=3+1=4$．

故答案为：4

10. 任意给一个数 x，按下列程序进行计算．若输出的结果是 15，则 x 的值为________．



【答案】3

【解析】

【分析】本题考查了程序框图的计算，一元一次方程的应用，正确理解题意是解题的关键．

根据程序框图的运算法则建立一元方程求解即可．

【详解】解：由题意得：$6x-3=15$，

解得：$x=3$，

故答案为：3．

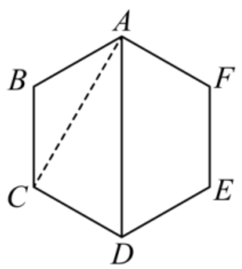
11. 正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 1，则对角线 AD 的长为________．

【答案】2

【解析】

【分析】本题考查正多边形的内角，等边对等角，含 30 度角的直角三角形的性质，如解图，连接 AC，求出正六边形的一个内角的度数，等边对等角，求出 $\angle BCA$ 的度数，进而推出 $\triangle ACD$ 为含 30 度角的直角三角形，进行求解即可．

【详解】解：连接 AC，



$\because$ 正六边形 $ABCDEF$，

$\therefore AB = BC = CD = 1$，$\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = \frac{1}{6} \times (6-2) \times 180° = 120°$，

$\therefore \angle BCA = \angle BAC = 30°$，

$\therefore \angle ACD = 120° - 30° = 90°$，

$\because$ 正六边形为轴对称图形，

$\therefore \angle CDA = \frac{1}{2}\angle CDE = 60°$，

$\therefore \angle CAD = 30°$，

$\therefore AD = 2CD = 2$；

故答案为：2．

12．某蓄电池的电压为定值．使用此电源时，用电器的电流 I（A）．与电阻 R（Ω）之间的函数关系为 $I = \frac{36}{R}$，则电流I的值随电阻 R 值的增大而________（填“增大”或“减小”）．

【答案】减小

【解析】

【分析】本题考查反比例函数的实际应用，根据反比例函数的增减性，进行判断即可．

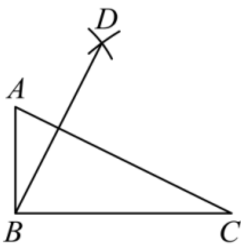
【详解】解：$\because I = \frac{36}{R}$，$36 > 0$，

$\therefore$ 电流与电阻成反比，

$\therefore$ 电流I的值随电阻 R 值的增大而减小；

故答案为：减小

13．如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ABC = 90°$，$AB = 1$，$BC = 2$．以点 A 为圆心，以 AB 长为半径作弧；再以点 C 为圆心，以 BC 长为半径作弧，两弧在 AC 上方交于点 D，连接 BD，则 BD 的长为________．



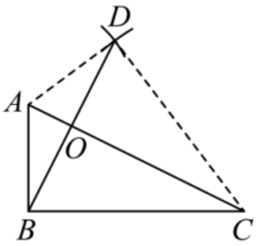
【答案】$\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ## $\frac{4}{5}\sqrt{5}$

【解析】

【分析】本题考查线段垂直平分线的判定与性质、勾股定理，根据作图过程得到 AC 垂直平分 BD 是解答的关键．连接 AD，CD，设 AC 与 BD 相交于 O，先根据线段垂直平分线的判定与性质得到根据作图过程 $AC \perp BD$，$OB = OD$，再利用勾股定理求得 $AC = \sqrt{5}$，然后利用三角形的面积求得 $BO = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 即可解

答．

【详解】解：连接 AD，CD，设 AC 与 BD 相交于 O，



根据作图过程，得 $AD = AB$，$CD = CB$，

$\therefore$ AC 垂直平分 BD，则 $AC \perp BD$，$OB = OD$，

$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ABC = 90^\circ$，$AB = 1$，$BC = 2$，

$\therefore$ $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$，

由 $S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2} AB \cdot BC = \dfrac{1}{2} AC \cdot OB$ 得

$BO = \dfrac{AB \cdot BC}{AC} = \dfrac{1 \times 2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore$ $BD = 2OB = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$，

故答案为：$\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$．

三、解答题（本大题共 5 个小题，共 48 分）

14．（1）计算：$\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1} - \sqrt{9} + 2\cos 45^\circ + \left|\sqrt{2} - 2\right|$．

（2）解不等式组：$\begin{cases} 5x - 1 > 3(x+1) ① \\ \dfrac{2x-1}{3} - \dfrac{x}{2} \le 1 ② \end{cases}$

【答案】（1）3；（2）$2 < x \le 8$

【解析】

【分析】本题考查的是实数的运算和解一元一次不等式组，熟知运算法则和不等式组的解法是解题的关键．

（1）分别根据负整数指数幂、二次根式的性质、特殊角的三角函数、绝对值的性质进行计算，再把结果相加减；

（2）分别解出每个不等式的解集，然后确定不等式组的解集即可．

【详解】解：（1）$\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1} - \sqrt{9} + 2\cos 45^\circ + \left|\sqrt{2} - 2\right|$

$= 4 - 3 + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 - \sqrt{2}$

$= 4 - 3 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}$

$=3$；

（2）$\begin{cases} 5x-1>3(x+1)① \\ \frac{2x-1}{3}-\frac{x}{2}\le 1② \end{cases}$

解不等式①得：$x>2$，

解不等式②得：$x\le 8$，

所以原不等式组的解集为$2<x\le 8$.

15. 某公司需要经常快递物品，准备从 A，B 两家快递平台中选择一家作为日常使用．该公司让七位相关员工对这两家平台从物品完好度、服务态度与物流时长三项分别评分（单位：分），其中对平台 A 的服务态度评分为：86，88，89，91，92，95，96；对平台 B 的服务态度评分为：86，86，89，90，91，93，95．现将每项七个评分的平均值作为该项的得分，平台 A，B 各项的得分如下表：

	物品完好度	服务态度	物流时长
平台 A	92	m	90
平台 B	95	n	88

（1）七位员工对平台 A 的服务态度评分的极差（最大值与最小值的差）是________；

（2）求表格中 m，n 的值，并以此为依据，请判断哪家平台服务态度更好；

（3）如果公司将物品完好度、服务态度、物流时长三项的得分按$5:3:2$的比例确定平台的最终得分，并以此为依据选择平台，请问该公司会选择哪家平台？

【答案】（1）10 分　（2）$m=91$，$n=90$，平台 A 的服务态度更好；

（3）该公司会选择平台 B

【解析】

【分析】本题主要考查了求极差，算术平均数，加权平均数：

（1）求出七位员工对平台 A 的服务态度评分的最大值与最小值的差，即可求解；

（2）根据算术平均数公式计算，即可求解；

（3）根据加权平均数计算，即可求解．

【小问 1 详解】

解：$96-86=10$ 分，

即七位员工对平台 A 的服务态度评分的极差是 10 分；

故答案为：10

【小问 2 详解】

解：$m=\frac{1}{7}(86+88+89+91+92+95+96)=91$，

$n=\frac{1}{7}(86+86+89+90+91+93+95)=90$，

$\because 91>90$，

$\therefore$ 平台 A 的服务态度更好；

【小问 3 详解】

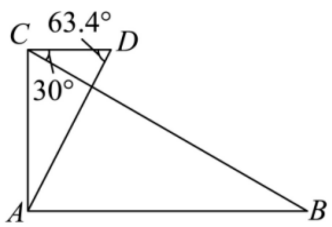
解：平台 A 的得分 $92\times\frac{5}{5+3+2}+91\times\frac{3}{5+3+2}+90\times\frac{2}{5+3+2}=91.3$ 分，

平台 B 的得分 $95\times\frac{5}{5+3+2}+90\times\frac{3}{5+3+2}+88\times\frac{2}{5+3+2}=92.1$ 分，

$\because 92.1>91.3$，

$\therefore$ 该公司会选择平台 B．

16. 在综合与实践活动中，某学习小组用无人机测量校园西门 A 与东门 B 之间的距离．如图，无人机从西门 A 处垂直上升至 C 处，在 C 处测得东门 B 的俯角为 $30°$，然后沿 AB 方向飞行 60 米到达 D 处，在 D 处测得西门 A 的俯角为 $63.4°$．求校园西门 A 与东门 B 之间的距离．（结果精确到 0.1 米；参考数据：$\sin 63.4°\approx 0.89$，$\cos 63.4°\approx 0.45$，$\tan 63.4°\approx 2.00$，$\sqrt{3}\approx 1.73$）



【答案】校园西门 A 与东门 B 之间的距离为 207.6 米

【解析】

【分析】本题考查解直角三角形的应用，根据题意，易得，$\angle CAB=\angle ACD=90°,\angle ABC=30°$，$CD=60$ 米，分别解 $\mathrm{Rt}\triangle ACD,\mathrm{Rt}\triangle ABC$，进行求解即可．

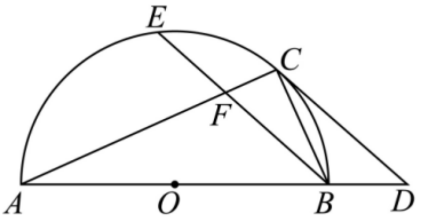
【详解】解：由题意，得：$\angle CAB=\angle ACD=90°,\angle ABC=30°$，$CD=60$ 米，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ACD$ 中，$AC = CD\cdot \tan 63.4^\circ \approx 120$ 米；

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$AB = \dfrac{AC}{\tan 30^\circ} = 120\sqrt{3} \approx 207.6$ 米；

答：校园西门 A 与东门 B 之间的距离为 207.6 米

17. 如图，点 C 在以 AB 为直径的半圆 O 上，连接 AC,BC，过点 C 作半圆 O 的切线，交 AB 的延长线于点 D，在 $\overset{\frown}{AC}$ 上取点 E，使 $\overset{\frown}{EC}=\overset{\frown}{BC}$，连接 BE，交 AC 于点 F.



（1）求证：$BE \parallel CD$；

（2）若 $\sin D = \dfrac{2}{3}$，$BD = 1$，求半圆 O 的半径及 EF 的长.

【答案】（1）见解析　　（2）半圆 O 的半径为 2，$EF = \dfrac{8\sqrt{5}}{15}$

【解析】

【分析】（1）连接 OC，切线得到 $OC \perp CD$，等边对等角得到 $\angle OAC = \angle OCA$，圆周角定理得到 $\angle EBC = \angle CAO, \angle ACB = 90^\circ$，同角的余角得到 $\angle OCA = \angle BCD$，等量代换得到 $\angle CBE = \angle BCD$，即可得证；

（2）连接 AE，设半圆 O 的半径为 r，解直角三角形 OCD，求出半径的长，进行求出 AB 的长，平行得到 $\angle ABE = \angle D$，解直角三角形 ABE，求出 AE，BE 的长，角平分线的性质，以及同高三角形的面积比等于底边比，得到 $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{EF}{BF}$，进行求解即可.

【小问 1 详解】

解：连接 OC，则：$OA = OC$，

$\therefore \angle OAC = \angle OCA$，

$\because$ 过点 C 作半圆 O 的切线，交 AB 的延长线于点 D，

$\therefore OC \perp CD$，

$\therefore \angle BCD + \angle OCB = 90^\circ$，

$\because AB$ 为直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$，

$\therefore \angle OCA + \angle OCB = 90^\circ$，

$\therefore \angle OCA=\angle BCD$，

$\therefore \angle CAB=\angle BCD$，

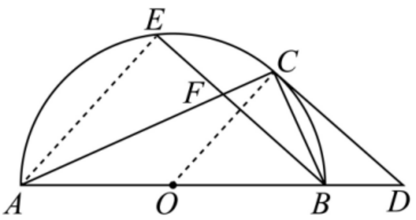
$\because \overset{\frown}{EC}=\overset{\frown}{BC}$，

$\therefore \angle CAE=\angle CAB=\angle BCD$，

$\because \angle CAB=\angle EBC$，

$\therefore \angle EBC=\angle BCD$，

$\therefore BE\parallel CD$；



【小问2详解】

设半圆 O 的半径为 r，则 $OC=OB=r$，

$\because BD=1$，

$\therefore OD=r+1$，

$\because OC\perp CD$，

$\therefore \sin D=\dfrac{OC}{OD}=\dfrac{r}{r+1}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore r=2$，即：半圆 O 的半径为 2；

$\therefore AB=2r=4$，

连接 AE，则：$\angle AEB=90^\circ$，

$\because BE\parallel CD$，

$\therefore \angle ABE=\angle D$，

$\therefore \sin\angle ABE=\sin D=\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AE}{4}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore AE=\dfrac{8}{3}$，

$\therefore BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$，

$\because \overset{\frown}{EC}=\overset{\frown}{BC}$，

$\therefore \angle EAF=\angle BAF$，

$\therefore AF$ 平分 $\angle BAE$，

$\therefore F$ 到 AE, AB 的距离相等，都等于 EF 的长，

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABF}}=\frac{\frac{1}{2}AE\cdot EF}{\frac{1}{2}AB\cdot EF}=\frac{EF}{BF},$$

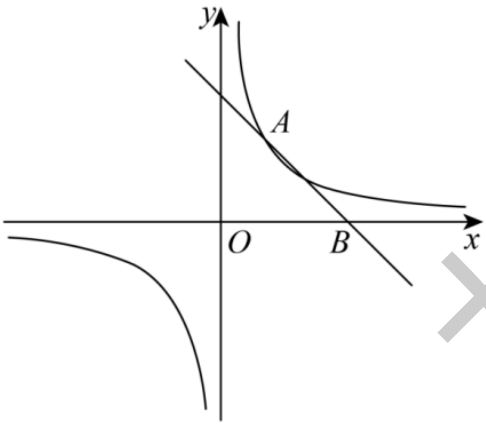
$$\therefore \frac{EF}{BF}=\frac{AE}{AB}=\frac{2}{3},$$

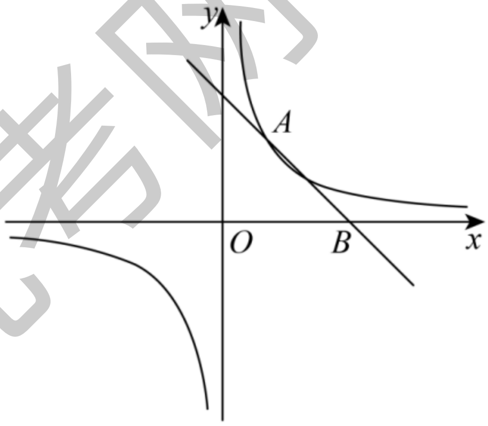
$$\therefore \frac{EF}{BE}=\frac{2}{5},$$

$$\therefore EF=\frac{2}{5}BE=\frac{8\sqrt{5}}{15}.$$

【点睛】本题考查切线的性质，圆周角定理，解直角三角形，角平分线的性质等知识点，熟练掌握相关知识点，是解题的关键．

18. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=-x+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象的一个交点为 $A(a,2)$，与 x 轴的交点为 $B(3,0)$．





备用图

（1）求 k 的值；

（2）直线 AO 与反比例函数的图象在第三象限交于点 C，点 D 在反比例函数的图象上，若 $\angle ACD=90°$，求直线 AD 的函数表达式；

（3）P 为 x 轴上一点，直线 AP 交反比例函数的图象于点 E（异于 A），连接 BE，若 $\triangle BEP$ 的面积为 2，求点 E 的坐标．

【答案】（1）$k=2$

（2）$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

（3）$(-2,-1)$ 或 $\left(\frac{2}{3},3\right)$

【解析】

【分析】本题主要查了反比例函数与一次函数的交点问题，利用数形结合思想解答是解题的关键.

（1）把$B(3,0)$代入$y=-x+b$，可求出一次函数的解析式，从而得到点A的坐标，即可求解；

（2）连接AD，求出点C的坐标为$(-1,-2)$，可得$AC^2=20$，设点D的坐标为$\left(m,\frac{2}{m}\right)$，可得到

$AD^2=(1-m)^2+\left(2-\frac{2}{m}\right)^2,CD^2=(-1-m)^2+\left(-2-\frac{2}{m}\right)^2$，再由勾股定理求出$m$的值，即可求解；

（3）设点E的坐标为$\left(t,\frac{2}{t}\right)$，求出直线$AE$的解析式，可用$t$表示点$E$的坐标，再由三角形的面积公式解答，即可求解.

【小问1详解】

解：$\because$直线$y=-x+b$与x轴的交点为$B(3,0)$，

$\therefore 0=-3+b$，

解得：$b=3$，

$\therefore$一次函数的解析式为$y=-x+3$，

把$A(a,2)$代入$y=-x+3$得：

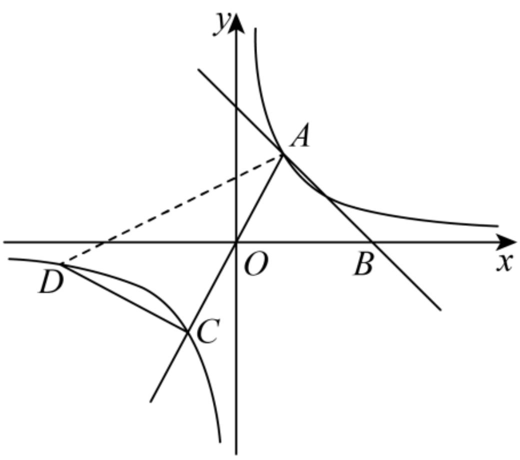
$2=-a+3$，解得：$a=1$，

$\therefore$点$A(1,2)$，

把点$A(1,2)$代入$y=\frac{k}{x}$得：$k=1\times2=2$；

【小问2详解】

解：如图，连接AD，



由（1）得：反比例函数的解析式为$y=\frac{2}{x}$，

∵直线AO与反比例函数的图象在第三象限交于点C，点$A(1,2)$，

∴点C的坐标为$(-1,-2)$，

∴$AC^2=(1+1)^2+(2+2)^2=20$，

设点D的坐标为$\left(m,\frac{2}{m}\right)$，

∴$AD^2=(1-m)^2+\left(2-\frac{2}{m}\right)^2$，$CD^2=(-1-m)^2+\left(-2-\frac{2}{m}\right)^2$，

∵$\angle ACD=90°$，

∴$AD^2=CD^2+AC^2$，

∴$(1-m)^2+\left(2-\frac{2}{m}\right)^2=(-1-m)^2+\left(-2-\frac{2}{m}\right)^2+20$，

解得：$m=-4$或-1（舍去），

∴点D的坐标为$\left(-4,-\frac{1}{2}\right)$，

设直线AD的函数表达式为$y=k_1x+b_1\ (k_1\neq 0)$，

把点$\left(-4,-\frac{1}{2}\right)$，$(1,2)$代入得：

$\begin{cases}-4k_1+b_1=-\frac{1}{2}\\ k_1+b_1=2\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k_1=\frac{1}{2}\\ b_1=\frac{3}{2}\end{cases}$，

∴直线AD的函数表达式为$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$；

【小问3详解】

解：设点E的坐标为$\left(t,\frac{2}{t}\right)$，

设直线AE的解析式为$y=k_2x+b_2$，

把点$\left(t,\frac{2}{t}\right)$，$(1,2)$代入得：

$\begin{cases} tk_2 + b_2 = \dfrac{2}{t} \\ k_2 + b_2 = 2 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} k_2 = -\dfrac{2}{t} \\ b_2 = \dfrac{2t+2}{t} \end{cases}$，

∴直线 AE 的解析式为 $y = -\dfrac{2}{t}x + \dfrac{2t+2}{t}$，

当 $y=0$ 时，$0 = -\dfrac{2}{t}x + \dfrac{2t+2}{t}$，

解得：$x = t+1$，

∴点 P 的坐标为 $(t+1,0)$，

∴ $BP = |t+1-3| = |t-2|$，

∴ $S_{VBEP} = \dfrac{1}{2} \times (-y_E) \times BP = \dfrac{1}{2} \times \left|\dfrac{2}{t}\right| \times |t-2|$，

∵ $\triangle BEP$ 的面积为 2，

∴ $\dfrac{1}{2} \times \left|\dfrac{2}{t}\right| \times |t-2| = 2$，

解得：$t = \dfrac{2}{3}$ 或 $t = -2$，

∴点 E 的坐标为 $(-2,-1)$ 或 $\left(\dfrac{2}{3},3\right)$.

B 卷（共 50 分）

一、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分）

19. 多项式 $4x^2+1$ 加上一个单项式后，能成为一个多项式的平方，那么加上的单项式可以是________（填一个即可）.

【答案】$4x$（答案不唯一）

【解析】

【分析】本题主要考查了用完全平方公式分解因式，根据题意可得多项式 $4x^2+1$ 加上一个单项式后可以变为一个多项式的平方的展开式，据此根据完全平方公式的特点求解即可.

【详解】解：由题意得，加上的单项式可以为 $4x$，理由如下：

$4x^2+1+4x = (2x+1)^2$，

∴ $4x$ 符合题意，

故答案为：$4x$（答案不唯一）.

20. 从-1，1，2这三个数中任取两个数分别作为a，b的值，则关于x的一元二次方程$ax^2+bx+1=0$有实数根的概率为________.

【答案】$\frac{1}{2}$##0.5

【解析】

【分析】本题主要考查了一元二次方程根的判别式，树状图法或列表法求解概率，根据判别式和一元二次方程的定义可得$\begin{cases}\Delta=b^2-4a\geq 0\\ a\neq 0\end{cases}$，则$b^2\geq 4a$且$a\neq 0$，再列出表格得到所有等可能性的结果数，接着找到$b^2\geq 4a$且$a\neq 0$的结果数，最后依据概率计算公式求解即可.

【详解】解：∵关于x的一元二次方程$ax^2+bx+1=0$有实数根，

$\therefore\begin{cases}\Delta=b^2-4a\geq 0\\ a\neq 0\end{cases}$，

$\therefore b^2\geq 4a$且$a\neq 0$，

列表如下：

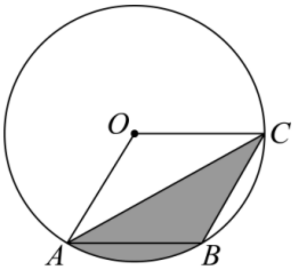
b \\ a	-1	1	2
-1		$(-1,1)$	$(-1,2)$
1	$(1,-1)$		$(1,2)$
2	$(2,-1)$	$(2,1)$	

由表格可知，一共有6种等可能性的结果数，其中满足$b^2\geq 4a$且$a\neq 0$的结果数有$(1,-1)$，$(2,-1)$，$(2,1)$，共3种，

∴关于x的一元二次方程$ax^2+bx+1=0$有实数根的概率为$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$.

21. 如图，⊙O的半径为1，A，B，C是⊙O上的三个点．若四边形$OABC$为平行四边形，连接AC，则图中阴影部分的面积为________.

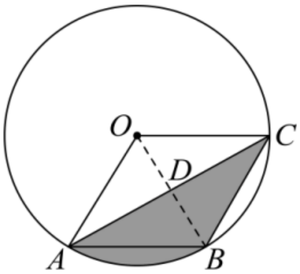


【答案】$\frac{\pi}{6}$

【解析】

【分析】本题考查菱形的判定和性质，求不规则图形的面积，连接OB，证明四边形$OABC$为菱形，易得$\triangle AOB$为等边三角形，$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}S_{菱形OABC}$，得到$\angle AOB=60^{\circ}$，根据阴影部分的面积等于弓形$AB$的面积加上$\triangle ABC$的面积，即为扇形$OAB$的面积，进行求解即可.

【详解】解：连接OB，交AC于点D，则：$OA=OB=1$，



$\because$四边形$OABC$为平行四边形，$OA=OC$，

$\therefore$四边形$OABC$为菱形，

$\therefore OA=AB=OB$，$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}S_{菱形OABC}$，

$\therefore \triangle AOB$为等边三角形，

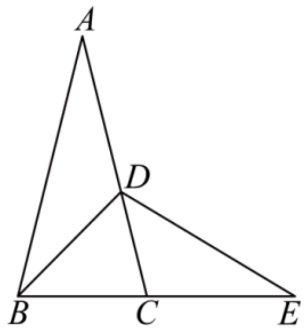
$\therefore \angle AOB=60^{\circ}$，

$\therefore AC=2AD=\sqrt{3}$，

$\therefore$阴影部分的面积$=S_{扇形OAB}-S_{\triangle OBA}+S_{\triangle ABC}=S_{扇形OAB}=\frac{60\pi}{360}\times 1^{2}=\frac{\pi}{6}$；

故答案为：$\frac{\pi}{6}$.

22. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，点D在AC边上，$AD=3$，$CD=2$，$\angle CBD=45^{\circ}$，则$\tan\angle ACB$的值为________；点E在BC的延长线上，连接DE，若$\angle CED=\angle ABD$，则CE的长为________.

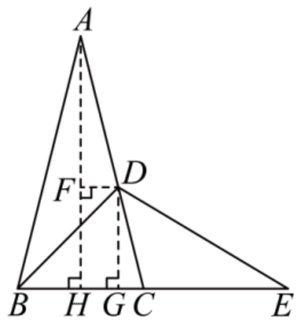


【答案】 ①. 4 ②. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$##$\frac{2\sqrt{17}}{3}$

【解析】

【分析】作 $AH \perp BC, DG \perp BC, DF \perp AH$，垂足分别为 H, G, F，易得四边形 $DFHG$ 为矩形，得到 $DG = FH, DF = HG$，证明VBDG 为等腰直角三角形，得到 $BG = DG$，三线合一得到 $BH = CH$，$\angle ABC = \angle ACB$，证明VADF∽VACH，得到 $\frac{DF}{CH} = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{AD+CD} = \frac{3}{5}$，设 $DF = 3x$，$CH = 5x$，求出 DG, CG 的长，正切的定义求出 $\tan\angle ACB$，勾股定理求出 x 的值，进而求出 BD 的值，证明 $\triangle DEC \backsim \triangle BED$，列出比例式进行求解即可.

【详解】解：作 $AH \perp BC, DG \perp BC, DF \perp AH$，垂足分别为 H, G, F，则四边形 $DFHG$ 为矩形，



$\therefore DG = FH, DF = HG$，$DF \parallel HG, DG \parallel AH$，

$\because \angle DBC = 45^\circ$，

$\therefore$ VBDG 为等腰直角三角形，

$\therefore BG = DG$，

$\because AB = AC$，

$\therefore BH = CH$，$\angle ABC = \angle ACB$，

$\because DF \parallel BC$，

$\therefore$ VADF∽VACH，

$\therefore \dfrac{DF}{CH}=\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AD}{AD+CD}=\dfrac{3}{5}$,

$\therefore$设$DF=3x$，$CH=5x$，则：$HG=DF=3x$，$BH=CH=5x$，

$\therefore DG=BG=BH+HG=8x, CG=CH-HG=2x$,

$\therefore BD=8\sqrt{2}x$，

$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle CGD$中，$\tan\angle ACB=\dfrac{DG}{CG}=\dfrac{8x}{2x}=4$，由勾股定理，得：$(2x)^2+(8x)^2=2^2$，

$\therefore x=\dfrac{\sqrt{17}}{17}$（负值舍去），

$\therefore BD=8\sqrt{2}x=\dfrac{8\sqrt{34}}{17}$，$BC=2CH=10x=\dfrac{10\sqrt{17}}{17}$，

$\because \angle CED=\angle ABD$，$\angle ACB=\angle E+\angle CDE, \angle ABC=\angle ABD+\angle CBD$，$\angle ABC=\angle ACB$，

$\therefore \angle CDE=\angle CBD=45^\circ$，

又$\because \angle E=\angle E$，

$\therefore \triangle DEC\backsim\triangle BED$，

$\therefore \dfrac{DE}{BE}=\dfrac{CE}{DE}=\dfrac{CD}{DB}=\dfrac{2}{\frac{8\sqrt{34}}{17}}=\dfrac{\sqrt{34}}{8}$，

$\therefore DE=\dfrac{8}{\sqrt{34}}CE$，$DE^2=BE\cdot CE=(BC+CE)\cdot CE$，

$\therefore \left(\dfrac{8}{\sqrt{34}}CE\right)^2=\left(\dfrac{10\sqrt{17}}{17}+CE\right)\cdot CE$，

解得：$CE=0$（舍去）或$CE=\dfrac{2\sqrt{17}}{3}$；

故答案为：4，$\dfrac{2\sqrt{17}}{3}$．

【点睛】本题考查等腰三角形的判定和性质，矩形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理，解直角三角形等知识点，综合性强，难度较大，熟练掌握相关知识点，添加辅助线，构造特殊图形和相似三角形，是解题的关键.

23. 分子为 1 的真分数叫做“单位分数”，也叫“埃及分数”．古埃及人在分数计算时总是将一个分数拆分成几个单位分数之和，如：$\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{10}$．将$\dfrac{3}{11}$拆分成两个单位分数相加的形式为________；一般地，对于

任意奇数 k（$k>2$），将 $\frac{2}{k}$ 拆分成两个不同单位分数相加的形式为________.

【答案】 ①. $\frac{3}{11}=\frac{1}{4}+\frac{1}{44}$ ②. $\frac{2}{k}=\frac{1}{\frac{k(k+1)}{2}}+\frac{1}{\frac{k+1}{2}}$

【解析】

【分析】本题考查数字类规律探究，理解题中定义，找到等式左右两边代数式的变化规律是解答的关键．先根据题中定义，结合题干例子可求解第一空；分别求得 $k=3$、5、$7\cdots 2n+1$ 对应等式，由此得到等式左右两边代数式的变化规律，进而可得答案．

【详解】解：$\frac{3}{11}=\frac{12}{44}=\frac{11+1}{44}=\frac{11}{44}+\frac{1}{44}=\frac{1}{4}+\frac{1}{44}$；

由题意，

当 $k=3=2\times1+1$ 时，$\frac{2}{3}=\frac{1+3}{6}=\frac{1}{6}+\frac{1}{2}$，

当 $k=5=2\times2+1$ 时，$\frac{2}{5}=\frac{1+5}{15}=\frac{1}{15}+\frac{1}{3}$，

当 $k=7=2\times3+1$ 时，$\frac{2}{7}=\frac{1+7}{28}=\frac{1}{28}+\frac{1}{4}$，

……，

当 $k=2n+1$ 时，$\frac{2}{k}=\frac{1}{(2n+1)(n+1)}+\frac{1}{n+1}$，

又 $n=\frac{k-1}{2}$，

∴对于任意奇数 k（$k>2$），$\frac{2}{k}=\frac{1}{\frac{k(k+1)}{2}}+\frac{1}{\frac{k+1}{2}}$，

故答案为：$\frac{3}{11}=\frac{1}{4}+\frac{1}{44}$；$\frac{2}{k}=\frac{1}{\frac{k(k+1)}{2}}+\frac{1}{\frac{k+1}{2}}$．

二、解答题（本大题共 3 个小题，共 30 分）

24. 2025 年 8 月 7 日至 17 日，第 12 届世界运动会将在成都举行，与运动会吉祥物“蜀宝”“锦仔”相关的文创产品深受大家喜爱．某文旅中心在售 A，B 两种吉祥物挂件，已知每个 B 种挂件的价格是每个 A 种挂件价格的 $\frac{4}{5}$，用 300 元购买 B 种挂件的数量比用 200 元购买 A 种挂件的数量多 7 个．

（1）求每个 A 种挂件的价格；

（2）某游客计划用不超过 600 元购买 A，B 两种挂件，且购买 B 种挂件的数量比 A 种挂件的数量多 5 个，求该游客最多购买多少个 A 种挂件．

【答案】（1）每个 A 种挂件的价格为 25 元

（2）该游客最多购买 11 个 A 种挂件

【解析】

【分析】本题考查分式方程的应用、一元一次不等式的应用，理解题意，正确列出方程和不等式是解答的关键.

（1）设每个 A 种挂件的价格为 x 元，则每个 B 种挂件的价格为 $\frac{4}{5}x$，根据题意列分式方程求解即可；

（2）设该游客购买 y 个 A 种挂件，则购买 $\left(y+5\right)$ 个 B 种挂件，根据题意列不等式求解即可.

【小问 1 详解】

解：设每个 A 种挂件的价格为 x 元，则每个 B 种挂件的价格为 $\frac{4}{5}x$ 元.

根据题意，得 $\frac{300}{\frac{4}{5}x}-\frac{200}{x}=7$，

解得 $x=25$，经检验 $x=25$ 是原方程的解，且符合题意，

答：每个 A 种挂件的价格为 25 元；

【小问 2 详解】

解：设该游客购买 y 个 A 种挂件，则购买 $\left(y+5\right)$ 个 B 种挂件，

由（1）得每个 B 种挂件的价格为 $\frac{4}{5}\times 25=20$（元），

根据题意，得 $25y+20\left(y+5\right)\le 600$，

解得 $y\le \frac{100}{9}$，

由于 y 为正整数，

故该游客最多购买 11 个 A 种挂件.

25. 如图，在Y$ABCD$ 中，点 E 在 BC 边上，点 B 关于直线 AE 的对称点 F 落在Y$ABCD$ 内，射线 AF 交射线 DC 于点 G，交射线 BC 于点 P，射线 EF 交 CD 边于点 Q.

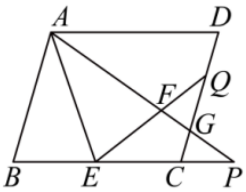


图1

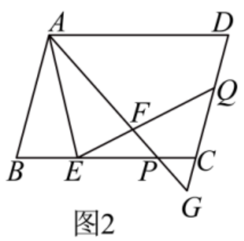


图2

【特例感知】

（1）如图 1，当 $CE=BE$ 时，点 P 在 BC 延长线上，求证：$\triangle EFP\cong\triangle ECQ$；

【问题探究】

（2）在（1）的条件下，若$CG=3$，$GQ=5$，求DQ的长；

【拓展延伸】

（3）如图2，当$CE=2BE$时，点P在BC边上，若$\dfrac{CQ}{DQ}=\dfrac{1}{n}$，求$\dfrac{CG}{DG}$的值.（用含$n$的代数式表示）

【答案】（1）见解析；（2）4；（3）$\dfrac{2n+1}{6n+6}$

【解析】

【分析】（1）由折叠的性质得：$\angle B=\angle AFE, BE=FE$，再结合平行四边形的性质可得$\angle PCG=\angle QFG$，然后根据三角形内角和定理可得$\angle CQE=\angle P$，即可求证；

（2）根据全等三角形的性质可得$EQ=EP$，从而得到$FQ=CP$，可证明$\triangle FQG\cong\triangle CPG$，从而得到$FG=CG=3, GQ=GP=5$，再由折叠的性质得：$AF=AB$，再根据$\triangle CGP\backsim\triangle BAP$，可得$AB=12$，即可求解；

（3）延长AD,EQ交于点M，设$CQ=a$，$BE=b$，证明$\triangle DQM\backsim\triangle CQE$得出$DM=2bn$，证明$\triangle FEP\backsim\triangle CEQ$得出$PF=\dfrac{1}{2}a$，证明$\triangle AMF\backsim\triangle PEF$得出$EP=\dfrac{3+2n}{2n+2}b$，进而求得$CP=\dfrac{(2n+1)b}{2n+2}$，根据$PC\parallel AD$得出$\triangle GPC\backsim\triangle GAD$，根据相似三角形的性质，即可求解.

【详解】解：（1）由折叠的性质得：$\angle B=\angle AFE, BE=FE$，

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AB\parallel CD$，

∴$\angle B=\angle PCG$，

∴$\angle AFE=\angle PCG$，

∵$\angle AFE=\angle QFG$，

∴$\angle PCG=\angle QFG$，

∵$\angle FGQ=\angle CGP$，

∴$\angle CQE=\angle P$，

∵$CE=BE$，$BE=EF$

∴$EF=EC$，

又∵$\angle CEQ=\angle FEP$，

$\therefore \triangle EFP \cong \triangle ECQ(\mathrm{AAS})$；

（2）$\because \triangle EFP \cong \triangle ECQ$，

$\therefore EQ = EP$，

$\because EF = EC$，

$\therefore FQ = CP$，

$\because \angle FGQ = \angle CGP$，$\angle CQE = \angle P$，

$\therefore \triangle FQG \cong \triangle CPG$，

$\therefore FG = CG = 3, GQ = GP = 5$，

由折叠的性质得：$AF = AB$，

$\because$四边形$ABCD$是平行四边形,

$\therefore AB /\!/ CD$，$AB = CD$，

$\therefore \triangle CGP \backsim \triangle BAP$，

$\therefore \dfrac{CG}{AB} = \dfrac{PG}{AP}$，

$\therefore \dfrac{3}{AB} = \dfrac{5}{AB+3+5}$，解得：$AB = 12$，

$\therefore CD = 12$，

$\therefore DQ = CD - CG - QG = 4$；

（3）解：如图，延长AD, EQ交于点M，

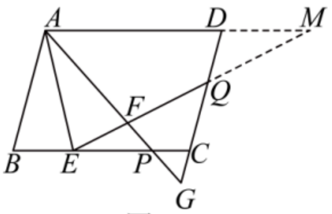


图2

设$CQ = a$，$BE = b$

$\because \dfrac{CQ}{DQ} = \dfrac{1}{n}$，$CE = 2BE$

$\therefore DQ = an$，$EC = 2b$，

$\therefore AB = CD = (n+1)a$，$AD = 3b$

∵折叠，

∴ $AF = AB = (n+1)a$

∵ $AD \parallel BC$，即 $DM \parallel EC$

∴ $\triangle DQM \backsim \triangle CQE$

∴ $\frac{DM}{EC} = \frac{DQ}{CQ}$ 即 $\frac{DM}{2b} = \frac{an}{a} = n$

∴ $DM = 2bn$

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $\angle B = \angle ADQ$

又∵折叠，

∴ $\angle AFE = \angle B$

∵ $\angle AFQ + \angle AFE = 180^\circ$

∴ $\angle AFQ + \angle ADQ = 180^\circ$

∴ $\angle DAF + \angle DQF = 180^\circ$

∵ $\angle EQC + \angle DQF = 180^\circ$

∴ $\angle EQC = \angle DAF$

∵ $AD \parallel BC$

∴ $\angle DAF = \angle FPE$

∴ $\angle EQC = \angle FPE$

又∵ $\angle FEP = \angle CEQ$

∴ $\triangle FEP \backsim \triangle CEQ$

∴ $\frac{EF}{EC} = \frac{FP}{CQ}$ 即 $\frac{b}{2b} = \frac{FP}{a}$

∴ $PF = \frac{1}{2}a$

∵ $AB \parallel CD$

∴ $\triangle AMF \backsim \triangle PEF$

$\therefore \dfrac{EP}{AM}=\dfrac{AF}{PF}$

$\therefore \dfrac{EP}{(3+2n)b}=\dfrac{(n+1)a}{\frac{1}{2}a}$

解得：$EP=\dfrac{3+2n}{2n+2}b$

$\therefore CP=EC-EP=2b-\dfrac{3+2n}{2n+2}b=\dfrac{(2n+1)b}{2n+2}$

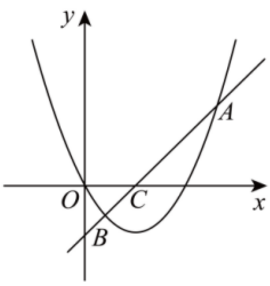
又$\because PC\,//\,AD$

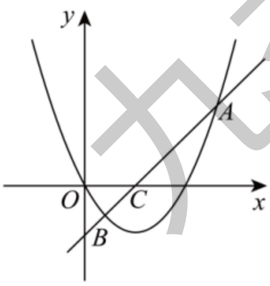
$\therefore$ VGPC∽VGAD

$\therefore \dfrac{CG}{DG}=\dfrac{CP}{AD}=\dfrac{\frac{(2n+1)b}{2n+2}}{3b}=\dfrac{2n+1}{6n+6}$.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，全等三角形的性质与判定，相似三角形的性质与判定，折叠的性质，熟练掌握以上知识是解题的关键.

26. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx$ 过点 $(-1,3)$，且对称轴为直线 $x=1$，直线 $y=kx-k$ 与抛物线交于 A，B 两点，与 x 轴交于点 C.





备用图

（1）求抛物线的函数表达式；

（2）当 $k=1$ 时，直线 AB 与 y 轴交于点 D，与直线 $x=2$ 交于点 E. 若抛物线 $y=(x-h)^2-1$ 与线段 DE 有公共点，求 h 的取值范围；

（3）过点 C 与 AB 垂直的直线交抛物线于 P，Q 两点，M，N 分别是 AB，PQ 的中点. 试探究：当 k 变化时，抛物线的对称轴上是否存在定点 T，使得 TC 总是平分 $\angle MTN$？若存在，求出点 T 的坐标；若不存在，请说明理由.

【答案】（1）$y=x^2-2x$

（2）$-\dfrac{1}{4}\le h\le 2+\sqrt{2}$

（3）抛物线的对称轴上存在$T\left(1,-\frac{1}{2}\right)$，使得$TC$总是平分$\angle MTN$.

【解析】

【分析】本题考查二次函数的综合应用，解直角三角形，熟练掌握二次函数的图象和性质，利用数形结合的思想进行求解，是解题的关键：

（1）待定系数法求解析式即可；

（2）求出D,E点的坐标，易得抛物线的顶点坐标在直线$y=-1$上移动，根据抛物线$y=(x-h)^2-1$与线段DE有公共点，得到抛物线与直线AB有一个交点开始，将抛物线向右移动直至抛物线与线段DE只有一个交点为$E(2,1)$时，均满足题意，求出两个临界值即可得出结果；

（3）先求出C点坐标，进而求出直线PQ的解析式，联立抛物线与直线AB，根据根与系数的关系结合中点坐标公式求出M点坐标，同理求出N点坐标，作$MH\perp CT,NF\perp CT$根据TC平分$\angle MTN$，得到$\tan\angle NTF=\tan\angle MTH$，设$T(1,t)$，根据正切的定义，列出比例式进行求解即可.

【小问1详解】

解：$\because$抛物线$y=ax^2+bx$过点$(-1,3)$，且对称轴为直线$x=1$，

$\therefore\begin{cases}-\frac{b}{2a}=1\\a-b=3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}$，

$\therefore y=x^2-2x$；

【小问2详解】

当$k=1$时，则：$y=x-1$，

$\therefore$当$x=0$，$y=-1$，当$x=2$时，$y=1$，

$\therefore D(0,-1),E(2,1)$，

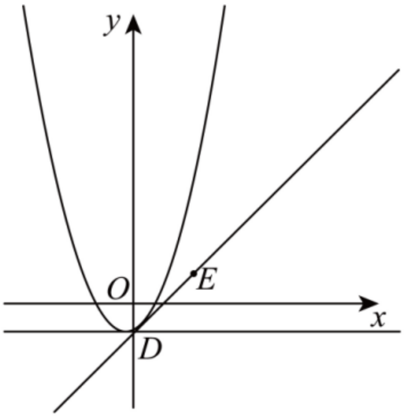
$\because y=(x-h)^2-1$，

$\therefore$顶点坐标在直线$y=-1$上移动，

$\because y=(x-h)^2-1$与线段DE有公共点，

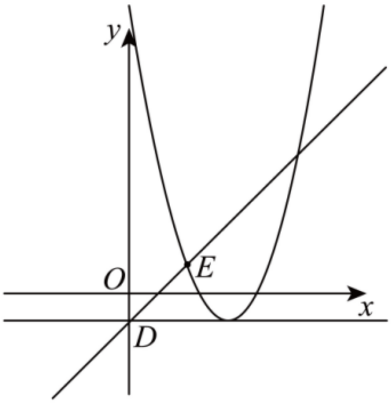
$\therefore$联立$\begin{cases}y=(x-h)^2-1\\y=x-1\end{cases}$，整理，得：$x^2-(2h+1)x+h^2=0$，

$\therefore$当$\Delta=(2h+1)^2-4h^2=0$，即：$h=-\dfrac{1}{4}$时，满足题意，



将$y=(x-h)^2-1$从$h=-\dfrac{1}{4}$开始向右移动，直至抛物线与线段DE只有一个交点为$E(2,1)$时，

$y=(x-h)^2-1$与线段DE均有公共点，



$\therefore$当$y=(x-h)^2-1$过点$E(2,1)$时，$(2-h)^2-1=1$，

解得：$h=2-\sqrt{2}$或$h=2+\sqrt{2}$，

$\therefore$当$-\dfrac{1}{4}\le h\le 2+\sqrt{2}$时，抛物线$y=(x-h)^2-1$与线段$DE$有公共点；

【小问 3 详解】

存在；

$\because$ $y=kx-k$，

$\therefore$当$y=0$时，$x=1$，

$\therefore C(1,0)$，

$\because$抛物线的对称轴为直线$x=1$，

$\therefore$点C在抛物线的对称轴上，

$\because PQ$过点C，且与直线AB垂直，

∴直线PQ的解析式为：$y=-\frac{1}{k}(x-1)$，即：$y=-\frac{1}{k}x+\frac{1}{k}$，

联立$\begin{cases}y=kx-k\\y=x^2-2x\end{cases}$，整理，得：$x^2-(k+2)x+k=0$，

∴$x_A+x_B=k+2$，$y_A+y_B=kx_A-k+kx_B-k=k(x_A+x_B)-2k=k^2$，

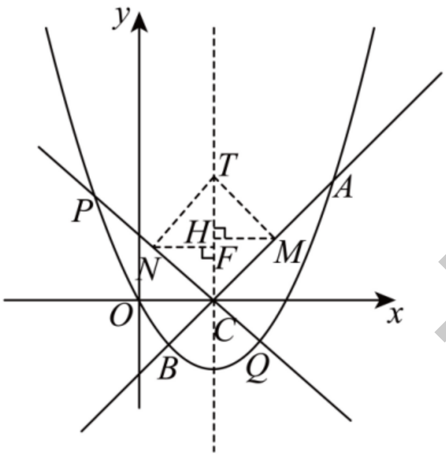
∵M为AB的中点，

∴$M\left(\frac{k+2}{2},\frac{k^2}{2}\right)$，

联立$\begin{cases}y=-\frac{1}{k}x+\frac{1}{k}\\y=x^2-2x\end{cases}$，

同理可得：$N\left(1-\frac{1}{2k},\frac{1}{2k^2}\right)$，

作$MH\perp CT,NF\perp CT$，



∵TC平分$\angle MTN$，

∴$\angle NTF=\angle MTH$

∴$\tan\angle NTF=\tan\angle MTH$，

∴$\frac{MH}{TH}=\frac{NF}{TF}$，

设$T(1,t)$，则：$\dfrac{\frac{k+2}{2}-1}{t-\frac{k^2}{2}}=\dfrac{1-1+\frac{1}{2k}}{t-\frac{1}{2k^2}}$，

解得：$t=-\frac{1}{2}$

∴抛物线的对称轴上存在$T\left(1,-\frac{1}{2}\right)$，使得$TC$总是平分$\angle MTN$．